

слотами никотиновой и пантотеновой, холином. В частности, 1 кг перьевой муки содержит 70–85 мкг витамина b12, 2 мг витамина b2, 9 мг пантотеновой кислоты, 20 мг никотиновой кислоты и примерно 1000 мг холина. Перьевая мука содержит до сих пор неидентифицированный фактор роста, по всей вероятности, неорганического характера.

Для кормления птицы перьевую муку можно использовать без обогащения ее дефицитными аминокислотами в количестве 3–4% от рациона, содержащего примерно 20% протеина. При уровне 22–26% протеина в рационе содержание перьевой муки можно повысить до 6–8%, что составит примерно 20–25% всего протеина. Если кормовую смесь умеренно обогащать метионином или лизином, уровень перьевой муки можно несколько повысить. и напротив, добавка 3% перьевой муки к рациону, содержащему 15% сырого протеина, вызывает снижение продуктивности птицы.

### **Список использованных источников**

1. Квартникова Е.Г., Куликов Н.Е., Куликов В.Н., Харламов К.В. Экструдированные комбикорма // Комбикорма. – 2008. – № 6. – С. 79–81.
2. Харламов К.В. Сравнительный анализ кормовой ценности перьевой муки // Птица и птицепродукты. – 2008. – № 5. – С. 38–42.

УДК 519.8:004.9

### **ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ В EXCEL**

Бурак Д.А. – 7 мпт, 3 курс, АМФ

Курак Е.Н. – 7 мпт, 3 курс, АМФ

Научный руководитель: ст. преподаватель Подашевская Е.И.

*УО «Белорусский государственный аграрный технический университет», г. Минск, Республика Беларусь*

Проблема вычисления производной функции является актуальной при решении многих инженерных задач. Однако, несмотря на внешнюю простоту поставленной задачи, мы сталкиваемся с двумя проблемами. Когда есть формула, описывающая процесс: берем формулу и вычисляем производную, как учили еще в школе, находим значения производной в разных точках, и всё. Сложность, наверное, только в этом и состоит, чтобы вспомнить, как вычислять производные. А как быть, если у нас есть только несколько сотен или тысяч строк с дан-

ными, а никакой формулы нет? Чаще всего именно так на практике и бывает. Для решения данной проблемы проанализируем два варианта развития событий.

Первый вариант заключается в том, чтобы аппроксимировать набор точек стандартной функцией Excel, то есть подобрать функцию, которая лучше всего ложится на заданные точки (в Excel это линейная функция, логарифмическая, экспоненциальная, полиномиальная и степенная). Второй способ – численное дифференцирование, для которого нужно будет только умение вводить формулы.

Поскольку производная функции  $f(x)$  в точке  $x$  определяется как предел отношения приращения  $\Delta f$  функции в точке  $x$  к приращению  $\Delta x$  аргумента, когда последнее стремится к нулю:

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x} = f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta x}$$

то воспользуемся этим знанием: будем просто брать для расчета производной очень маленькие значения приращения аргумента, т.е.  $\Delta x$ .

Для того, чтобы найти приближённое значение производной в нужных точках (в рассматриваемом примере точки – это различные значения степени деформации  $\varepsilon$ ) можно поступить следующим образом. Из определения производной следует, что при использовании малых значений приращения аргумента  $\Delta \varepsilon$  (то есть малых приращений степени деформации, которые регистрируются при испытаниях) можно заменить значение реальной производной в точке  $x_0$

$$f'(x_0) = \frac{dy}{dx(x_0)}$$

на отношение

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

И в результате получаем:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Для вычисления этой производной в каждой точке производим вычисления с использованием двух соседних точек: первая с коор-

динатой  $\epsilon_0$  по горизонтальной оси, а вторая с координатой  $x_0 + \Delta x$ , т.е. одна – производную в которой вычисляем и та, что поправее. Вычисленная таким образом производная называется разностной производной вправо (вперед) с шагом  $\Delta x$ .

Можем поступить наоборот, взяв уже другие две соседние точки:  $x_0 - \Delta x$  и  $x_0$ , т.е. интересующую нас и ту, что левее. Получаем формулу для вычисления разностной производной влево (назад) с шагом  $\Delta x$ .

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}$$

Рассмотренные формулы отвечают за вычисления «влево» и «вправо» равновесной производной с шагом  $\Delta x$ , однако есть еще одна формула, которая позволяет вычислять центральную разностную производную с шагом  $2\Delta x$ , и которая чаще других используется для численного дифференцирования:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}$$

На практике задача вычисления производной методом численного дифференцирования может возникнуть и в механике (при определении скорости и ускорения объекта по имеющимся замерам пути и времени) и в теплотехнике (при расчете теплопередачи во времени). Это также может быть необходимо, например, при бурении скважин для анализа плотности проходимого буром слоя грунта, при решении целого ряда баллистических задач, и т.д.

Похожая ситуация имеет место при «обратной» задаче расчета сложно нагруженных балок, когда по прогибам возникает желание найти значения действующих нагрузок.

Вычисление производной численными методами всегда необходимо выполнять очень осторожно, учитывая проблему округления. На рисунке 1 представлены результаты расчёта прогиба балки без округления и с округлением до двух знаков после запятой.

№	Координаты сечений		По формулам сопромата				По формуле (6) производных в конечных разностях		№	Координаты сечений		По формулам сопромата				По формуле (6) производных в конечных разностях	
			Сила (точно)	Момент (точно)	Угол (точно)	Прогиб (точно)	Момент (прибл.)	Ошибка				Сила (точно)	Момент (точно)	Угол (точно)	Прогиб (округл.)	Момент (прибл.)	Ошибка
	z	Q <sub>y</sub>	M <sub>x</sub>	U <sub>x</sub>	V <sub>y</sub>	M <sub>x</sub> ≈V <sub>y</sub> ''	ε			z	Q <sub>y</sub>	M <sub>x</sub>	U <sub>x</sub>	V <sub>y</sub>	M <sub>x</sub> ≈V <sub>y</sub> ''	ε	
i	мм	Н	Н*мм	рад	мм	Н*мм	%		i	мм	Н	Н*мм	рад	мм	Н*мм	%	
1	0	85 440	0	-0,015355	0,000	0	0,000		1	0	85 440	0	-0,015355	0,000	0	0,000	
2	200	85 243	17 068 241	-0,015312	-3,068	17 064 958	-0,019		2	200	85 243	17 068 241	-0,015312	-3,070	19 670 000	14,657	
3	400	85 046	34 097 084	-0,015181	-6,119	34 093 801	-0,010		3	400	85 046	34 097 084	-0,015181	-6,120	39 140 000	14,790	
4	600	84 849	51 086 531	-0,014963	-9,135	51 083 248	-0,006		4	600	84 849	51 086 531	-0,014963	-9,130	39 140 000	-23,385	
5	800	84 652	68 036 581	-0,014659	-12,099	68 033 298	-0,005		5	800	84 652	68 036 581	-0,014659	-12,100	78 280 000	15,056	
6	1 000	84 455	84 947 234	-0,014268	-14,993	84 643 951	-0,357		6	1 000	84 455	84 947 234	-0,014268	-14,990	78 280 000	-7,849	

Рисунок 1 – Фрагмент расчёта абсолютной погрешности

Относительная погрешность  $\epsilon$  в первом случае не превышает десятых долей, а во втором – доходит до 23%.

### Список использованных источников

1. Серебрякова, Н.Г. О динамических демонстрационных средствах обучения высшей математике, разработанных в вычислительной среде MATHCAD 11 / Н.Г. Серебрякова, Е. Князик // Актуальные проблемы развития аграрно-технического образования: сборник статей 5-ой Междунар. научно-практической конференции, Минск, 8–9 июня 2006 г. – Минск : БГАТУ, 2006. – С. 170.

2. Серебрякова, Н.Г. Образовательные стандарты подготовки инженеров в компетентностном формате: опыт сравнительного анализа Республики Беларусь и стран ЕС / Н.Г. Серебрякова // Техническое и кадровое обеспечение инновационных технологий в сельском хозяйстве: материалы Международной научно-практической конференции, Минск, 24–25 октября, 2019 г. : в 2 ч. Ч. 2. – Минск : БГАТУ, 2019. – С. 338–340.

3. Серебрякова Н.Г. Проектирование интегрированного курса «Информатика» для использования в ИТ-образовании / Н.Г. Серебрякова // Научно-инновационная деятельность в агропромышленном комплексе: сборник научных статей 4-й Междунар. науч.-практ. конф., Минск, 20–21 мая 2010 г.: В 2 ч. Ч. 1. – Минск: БГАТУ, 2010. – С. 181–183.

4. Серебрякова Н. Г. Проектирование содержания курса «Информатика» для группы специальностей 74 06 «Агроинженерия» / Н.Г. Серебрякова // Инновационные технологии в производстве и переработке сельскохозяйственной продукции: доклады Междунар. научно-практ. конф., Минск, 14–15 апреля 2011 г.: В 2 ч. Ч. 2. – Минск: БГАТУ, 2011. – С. 211–213.